

Onderwerp: Statistiek - Blok 2

Datum: donderdag 21 januari 2010

Tijd: 8.30-10.45

NB 1: Bij de beantwoording van de vragen **ALTIJD JE BEREKENINGEN** aangeven. Als je alleen het antwoord geeft, worden er **GEEN PUNTEN** toegekend.

NB 2: Geef bij gebruik van de Grafische Rekenmachine (GRM) steeds aan welke functies je gebruik hebt, welke formules je hebt ingevoerd etc.

NB 3: Werk netjes

HEEL VEEL SUCCES!!!

**Deze toets bestaat uit 6 opgaven met in totaal 25 onderdelen
Je kunt maximaal 77 punten behalen**

- Wiskundeklas 1 t/m 6 (18 punten)
- Meerkeuzetoets 7 t/m 10 (12 punten)
- Rood licht 11 t/m 14 (12 punten)
- Knikkers 15 t/m 19 (14 punten)
- Inkt 20 t/m 22 (10 punten)
- Margarine 23 t/m 25 (11 punten)

Wiskundeklas (3,3,4,4,2,2)

In een klas zitten 27 leerlingen (15 jongens en 12 meisjes). De docent wiskunde wijst per week drie leerlingen aan om een presentatie te houden. Iemand, die is geweest, wordt niet nog eens aangewezen.

De leraar begint in week 1.

1. Hoeveel combinaties kan de leraar in **week 1** maken?
2. Hoeveel combinaties kan hij in **week 3** nog maken?

Na een aantal weken berekent een leerling hoeveel combinaties de leraar nog kan maken en komt uit op 220 combinaties.

3. Welke **week is dat** geweest? Licht je antwoord toe met een **berekening**.

Om een klassenuitje te organiseren, wil de docent **4 leerlingen** uitkiezen.

4. Geef de **kansverdeling** van het **aantal jongens**.
5. Bereken **verwachtingswaarde** van het **aantal jongens**.
6. Wat is dan de **verwachtingswaarde** van het **aantal meisjes**?

Meerkeuzetoets (2,3,4,3)

Een meerkeuzetoets bestaat uit 12 vragen met elk vier mogelijke antwoorden. Eén van deze vier antwoorden is steeds juist.

7. Hoeveel vragen zul je naar **verwachting** goed hebben als je elk antwoord gokt?
8. Hoe groot is de kans dat je **precies acht** goede antwoorden hebt bij puur gokken?

Bij 10 of meer goede antwoorden heb je een voldoende.

9. Wat is de kans dat een leerling bij puur gokken een **voldoende** haalt?

Een slimme maar luie leerling heeft de leerstof een beetje bestudeerd. Daardoor kan hij **per vraag** twee van de vier antwoordmogelijkheden wegstrepen.

10. Bereken de kans dat deze leerling een **voldoende** haalt.

Rood licht (4,3,3,2)

Op een vrij gevaarlijk kruispunt blijkt 30% van de fietsers door rood licht te rijden. Vanwege dit hoge percentage is de politie overgegaan op een lik-op-stuk-beleid. Dit houdt in dat een fietser die betrapt wordt op het rijden door rood licht zijn fiets moet inleveren en over een week weer mag ophalen. Beschouw de eerste twintig fietsers die dit kruispunt passeren, op een dag dat de politie controleert.

11. Hoe groot is de kans dat **geen van hen** de fiets hoeft in te leveren?
12. Hoe groot is de kans dat er **precies vijf** fietsen moeten worden ingeleverd?
13. Hoe groot is de kans dat **alleen de laatste** fietser betrapt wordt?
14. Hoeveel fietsers **verwacht** je dat er door rood licht fietsen

Knikkers (2,3,2,4,3)

Een vaas bevat twee blauwe en vijf witte knikkers.

Piet pakt **zonder terugleggen** net zo lang een knikker uit de vaas, totdat hij **een** witte knikker heeft.

15. Teken het boomdiagram wat hier bij hoort
16. Stel een **kansverdeling** op van het aantal knikkers dat hij pakt.
17. Bereken de **verwachtingswaarde** van het aantal knikkers dat hij pakt.

Jan pakt **zonder terugleggen** net zo lang één knikker uit de vaas, totdat hij **twee** witte knikkers heeft.

18. Stel een **kansverdeling** op van het aantal knikkers dat hij pakt.
19. Bereken de **verwachtingswaarde** van het aantal knikkers dat hij pakt.

Inkt (3,4,3)

Het aantal volle tekstpagina's dat je met een nieuwe inktcartridge kunt printen voldoet bij benadering aan een **normale verdeling** met gemiddelde 1750 en standaarddeviatie 150.

20. Bereken hoeveel pagina's je met een volle inktcartridge naar verwachting kunt printen als de cartridge tot de 10% **best presterende** inktcartridges behoort.
21. Bereken de kans dat je met een volle cartridge een aantal pagina's kunt printen dat **maximaal** 20 % afwijkt van het gemiddelde 1750.
22. Bereken met **hoeveel procent** van de inktcartridges je **minimaal** 1650 pagina's kunt printen.

Margarine (3,4,4)

Volgens het opschrift hoort er 500 gram margarine in een kuipje te zitten. Van een vulmachine is bekend dat de **afwijking** van het **ingestelde vulgewicht** steeds normaal is verdeeld met gemiddelde 0 gram en standaarddeviatie 4 gram. De machine wordt ingesteld op 500 gram.

23. Hoeveel **procent** van de kuipjes zal een nettogewicht **tussen** de 496 en 502 gram hebben?
24. Hoeveel **procent** van de kuipjes bevat netto **meer dan** 499 gram margarine?
25. Bereken in één decimaal nauwkeurig de waarde van a als 40% van de kuipjes een gewicht heeft van ten minste 497,0 en maximaal a gram.

Einde

Wiskundeklas

- 3 kiezen uit de 27, volgorde is niet belangrijk. Er zijn ${}^{27}nCr3 = 2925$ combinaties mogelijk.
- In week 3 zijn er nog 21 leerlingen over (week 1-27, week 2-24, waek3-22) Je kiest er 3 uit de 24. Er zijn ${}^{24}nCr3=1330$ combinaties mogelijk.
- Je kunt bij Y1 invullen $X nCr 3$. In de Table (met Start=0 en Stapgrootte=3) zie je dat $X=12$. Dat is in week 6 (wk1-27, wk2-24, wk3-21, wk4-18, wk5-15, wk6-12) Als er nog 12 leerlingen over zijn is het aantal mogelijke combinaties nog ${}^{12}nCr3=220$



- Het aantal jongens kan 0, 1, 2, 3 of 4 zijn.
X=het aantal jongens

bijv. $P(X=2) = {}^4nCr2 \times \frac{15}{27} \times \frac{14}{26} \times \frac{12}{25} \times \frac{11}{24}$ (j,j,m,m) ≈ 0.3949

De andere kansen bereken je net zo. Geeft een kansverdeling voor het aantal jongens:

X	0	1	2	3	4
Kans	0.0282	0.1880	0.3949	0.3111	0.0778

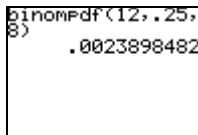
- Verwachtingswaarde is:
 $E(X) = 0 \times 0.0282 + 1 \times 0.1880 + 2 \times 0.3949 + 3 \times 0.3111 + 4 \times 0.0778 = 2.223$
(je kunt het antwoord ook vinden door: $4 \times \frac{15}{27} = 2.222 (= 2\frac{2}{9})$. Daarvoor hoef je dus niet eerst de hele kansverdeling op te stellen!)
- De verwachting van het aantal meisjes = $4 - 2.222 = 1.778$ (want totaal aantal moet altijd 4 zijn!) Een antwoord als "4 min antwoord opgave 5" is helemaal goed.

Meerkeuzetoets

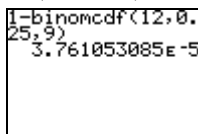
- Kans op een goed antwoord is voor elke vraag $\frac{1}{4}$. Verwachting van het aantal goede

antwoorden is $n \times p = 12 \times \frac{1}{4} = 3$

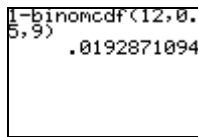
- Kans op precies 8 goed (en dus 4 fout) is ${}^{12}nCr8 \times 0.25^8 \times 0.75^4 = 0.0024$
Je kunt het ook met de GR berekenen: $\text{binompdf}(12,0.25,8)=0.0024$



- Kan op 10 of meer goede is:
 $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(12,0.25,9) \approx 3.76E - 5$ (0.0000376)

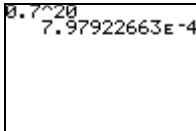


10. Nu is de kans op een goed antwoord 0.5. Voldoende betekent "10 of meer goed" en dus: $P(X \geq 10) = 1 - \text{binomcdf}(12, 0.5, 9) \approx 0.019$



Rood Licht

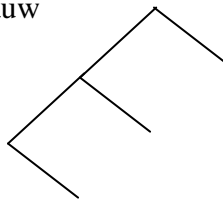
11. Allemaal **niet** door rood. Kans is $0.7^{20} = 7.98E-4 = 0.000798$



12. Precies vijf wel door rood. Kans = $\text{binompdf}(20, 0.3, 5) = 0.179$
 13. Alleen de laatste wordt betrap, dus de eerste 19 niet. Er is maar één zo'n rijtje mogelijk.
 Kans = $0.7^{19} \times 0.3 = 3.24E-4 (= 0.000324)$
 14. Verwachting is 30% van 20 fietsers = 6 fietsers.

Knikkers

15. Boomdiagram
 Omhoog = Blauw
 Omlaag = Wit



16. Aantal knikkers (X) kan zijn 1, 2 of 3

$$P(X=1) = \frac{5}{7}, P(X=2) = \frac{2}{7} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{42}, P(X=3) = \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{5} = \frac{2}{42}$$

17. Verwachtingswaarde =

$$E(X) = 1 \times \frac{5}{7} + 2 \times \frac{10}{42} + 3 \times \frac{2}{42} = 1\frac{1}{3}$$

18. Y = aantal knikkers dat hij pakt. Mogelijkheden zijn:

WW Y=2
 BWW Y=3
 WBW Y=3
 BBWW Y=4
 BWBW Y=4
 WBBW Y=4

$$P(Y=2) = \frac{5}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{20}{42}$$

$$P(Y=3) = 2 \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{42}$$

$$P(Y=4) = \frac{6}{42}$$

19. Verwachting $2 \times \frac{20}{42} + 3 \times \frac{16}{42} + 4 \times \frac{6}{42} = \frac{112}{42} \approx 2.667 = 2\frac{2}{3}$

Inkt

20. Met $\text{InvNorm}(0.9, 1750, 150)$, 1943 pagina's of meer. Er is 90% (dus 0.9) dat minder presteert.

```
InvNorm(0.9,1750,150)
1942.232735
```

21. Als het maximaal 20% van het gemiddelde mag afwijken van het gemiddelde is dat een afwijking van maximaal 350. Dat betekent dat het gaat om de kans dat het aantal pagina's ligt tussen $1750-350=1400$ en $1750+350=2100$.

$\text{Normalcdf}(1400, 2100, 1750, 150) = 0.98$ (=98%)

```
normalcdf(1400,2100,1750,150)
.9803693863
```

22. Minimaal 1650 pagina's, dus 1650 of meer.

$\text{Normalcdf}(1650, 10000, 1750, 150) = 0.747$, dus 75%

```
normalcdf(1650,10000,1750,150)
.747507533
```

Margarine

23. Het gemiddelde staat ingesteld op 500 (want de gemiddelde **afwijking** van het ingestelde gewicht is 0)

$\text{normalcdf}(496, 502, 500, 4) = 0.5328$ (=53%)

24. Meer dan 499, $\text{normalcdf}(499, 10000, 500, 4) = 0.5987$ (=60%)

25. Invoeren $Y1 = \text{normalcdf}(497, X, 500, 4)$ en $Y2 = 0.4$

Grafiek plotten (X van 400 tot 600 en Y van 0 tot 1)

Met CALC-Intersect vind je $X = 501.29174$

dus $a \approx 501.3$

