Opdracht 16

Een supermarkt verkoopt waspoeder in pakken van 4 kg. De Consumentenbond controleert 500 pakken. Van die 500 pakken is het gemiddelde gewicht 4,07 kg en de standaardafwijking is 0,12 kg. Neem aan dat de gewichten normaal verdeeld zijn.

Vragen en uitwerkingen:

a. Leg uit dat 31% van de pakken een gewicht heeft minder dan 4,01 kg.

De TI rekent die kans nauwkeurig uit.

Kies uit het menu [2nd] [distr] de optie [normalcdf]. Dat rekent de kans uit dat iets tussen twee grenzen ligt.

```
DISTR DRAW
1:normalpdf(
2:normalcdf(
3:invNorm(
4:tpdf(
5:tcdf(
6:χ²pdf(
7↓χ²cdf(
```

De vraag is minder dan 4,01 kg. De linkergrens is dan het meest negatieve getal dat je kunt invoeren. Dat is -10^{99}. Dat zijn achter elkaar de knoppen [(-)] [1] [0] [^] [9] [9].

```
normalcdf(-10^99
```

Na de komma komt de rechtergrens. De vraag is minder dan 4,01 kg. Dus typ je 4,01.

```
normalcdf(-10^99
,4.01,
```

Na de komma type je het gemiddelde. Dat is 4,07. Typ dat in.

```
normalcdf(-10^99
,4.01,4.07,
```

Tot slot typ je de standaardafwijking in.

```
normalcdf(-10^99
,4.01,4.07,0.12)
```

Nu doe je [enter].

```
normalcdf(-10^99
,4.01,4.07,0.12)
      .3085375322
```

In het scherm staat dat de normaal verdeelde kans op pakken met een gewicht kleiner dan 4,01 kg precies 0,3085 is. Afgerond is dat 31%.

b. Lees het percentage pakken af waarvan het gewicht tussen $m-1\frac{1}{2}s$ en $m+1\frac{1}{2}s$.
In de tekst staat dat m het gemiddelde is en s de standaardafwijking. Reken uit wat $m-1\frac{1}{2}s$ is en wat $m+1\frac{1}{2}s$ is.

```
4.07-1.5*0.12
             3.89
4.07+1.5*0.12
             4.25
```

Nu reken je met [normalcdf] de kans uit dat het gewicht van een pak tussen die grenzen ligt.

```
normalcdf(3.89,4
.25,4.07,0.12)
      .8663855426
```

Antwoord is dat 87% van de pakken tussen de grenzen van anderhalf keer de standaardafwijking is.

c. De opdracht is om een schatting te maken met de vuistregels, maar wij gaan vanaf nu rekenen.

```
normalcdf(-10^99
,4,4.07,0.12)
      .2798344168
```

Antwoord

De kans op een pak waspoeder dat lichter is dan 4 kg is dus 28%.

P(gewicht < 4kg | $\bar{X}$ =4.07 en σ_X =0.12) = 0.28

Schrijf dat zo op

Opdracht 24

In een ziekenhuis is het duur om elke lamp die kapot is direct te vervangen. Het blijkt in de praktijk goedkoper te zijn om op een bepaald moment alle lampen, ook die het nog doen, tegelijk te vervangen. De plafondlampen in de gangen van het ziekenhuis hebben een gemiddelde levensduur van 6000 uur met een standaarddeviatie van 500 uur. De levensduur is normaal verdeeld. Op een dag worden alle lampen vernieuwd.

Vragen en uitwerkingen:

a. Hoeveel procent van de lampen zal kapot zijn als je vervolgens 6000 uur wacht met vervangen?

Hier heb je de rekenmachine niet voor nodig. Na 6000 uur, dat is de gemiddelde levensduur, is de helft kapot.

Uiteraard geeft de rekenmachine ook het goede antwoord. Typ in dat de linkergrens heel negatief is, 6000 als rechtergrens en als gemiddelde 6000 en 500 als standaardafwijking.

```
normalcdf(-10^99
,6000,6000,500)
      .5000000005
```

Afgerond is dat 0,5, oftewel 50%.

---

b De technische dienst van het ziekenhuis gaat de lampen vervangen als 10% kapot is. De vraag is na hoeveel uur dat is.

Met de vuistregels weet je dat hoogstens 2,5% kapot is bij de grens van gemiddelde min twee maal standaardafwijking: dwz 6 000 – 2 × 500 = 5000 uur.
Met de vuistregels weet je ook dat hoogstens 16% kapot is bij de grens van gemiddelde min standaardafwijking: dwz 6 000 – 500 = 5500 uur. Het gevraagde antwoord bij 10% zit daar dus ergens tussen in.

---

c Gebruik je rekenmachine om na te gaan na hoeveel uur 10% van de lampen kapot zal zijn.

Het boek leert je eerst de knop invNorm en later nog een andere aanpak met Calc Intersect.

Op de volgende bladzijde staat uitgelegd.
Hier staat hoe invNorm werkt:

```
DISTR DRAW
1:normalpdf(
2:normalcdf(
3:invNorm(
4:tpdf(
5:tcdf(
6:χ²pdf(
7↓χ²cdf(
```

Typ 0.1 voor de grens van hoogstens 10% van de lampen kapot, oftewel van 0% tot en met 10%.

```
invNorm(0.1
```

Type daarna het gemiddelde en de standaardafwijking.

```
invNorm(0.1,6000
,500)
```

En druk op enter:

```
invNorm(0.1,6000
,500)
       5359.224217
```

Antwoord

Antwoord is dat bij de grens van 5359 uur 10% van de lampen kapot is.
Dit antwoord klopt met wat je bij b) vond met de vuistregels dat het tussen de 5000 en 5500 uren moest zijn.

P(uren < 5359 | $\overline{X}$ =6000 en σ_X =500) = 0.1

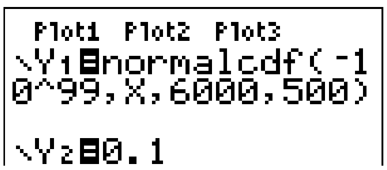
Schrijf dat zo op

Opdracht 24 c

De oplossing met Calc Intersect zal je in de volgende opdrachten vaker tegen komen, dus krijg je die nu hier ook. Gelijk een goede oefening hoe het moet met Y=, window en Calc Intersect.

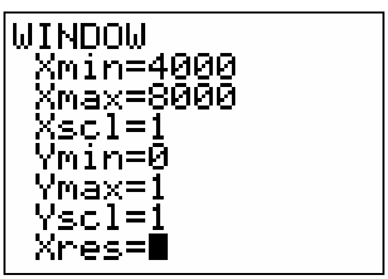
stap 1 Y=

Vul bij Y1 de formule in met een **X** voor de onbekende rechtergrens.
Vul bij Y2 het percentage: 0,1



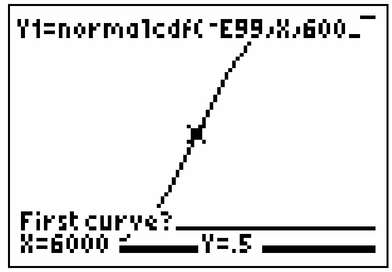
stap 2 window

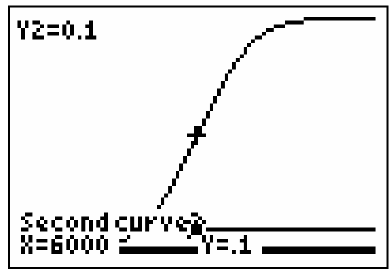
Vul bij Xmin en Xmax het aantal uren in waartussen je zeker weet dat het antwoord moet zitten. Het gemiddelde is 6000 branduren. Probeer vier keer de standaardafwijking als grenzen: 4000 en 8000.
Vul bij Ymin en Ymax kansen in: een kans is minstens nul (0) en hoogstens één (1). Die twee getallen zijn dus altijd goed.

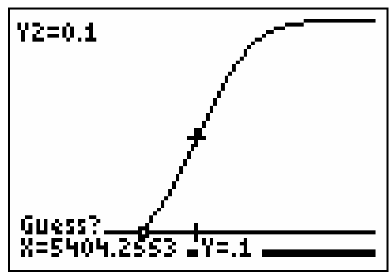


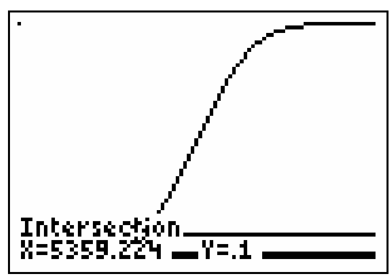
stap 3 Calc Intersect

Nu doe je de bekende stappen enter, enter, enter (en je bent er).

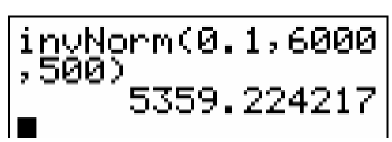








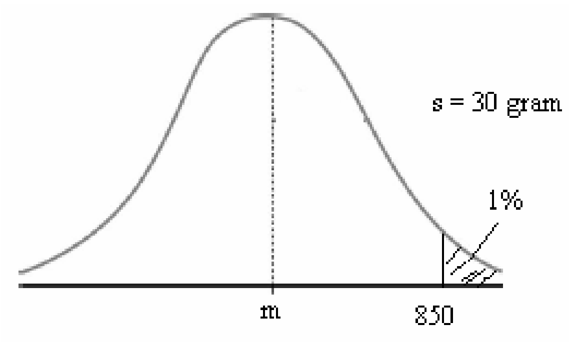
Uiteraard krijg je het zelfde antwoord als bij invNorm.



Opdracht 31

Het gewicht van broden is normaal verdeeld met een standaarddeviatie van 30 gram. Niet meer dan 1% van de broden mag zwaarder zijn dan 850 gram.
Bereken (voor de broodmachine de instelling van) het gemiddelde gewicht van deze broden.

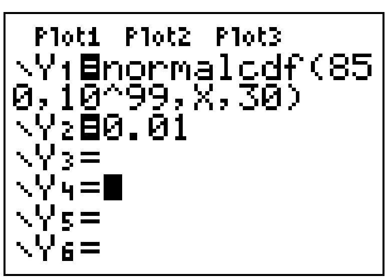
stap 0 Maak een schets



Volgens de vuistregels is het gebied rechts van het "gemiddelde plus twee keer de standaardafwijking" 2,5%. Dat betekent voor de broodmachine dat de instelling van het gemiddelde kleiner moet zijn dan 850 – 2 × 30 = 790 gram.

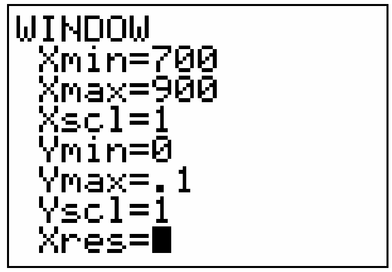
stap 1 Y=

Vul bij Y1 de formule in met een **X** voor het onbekende gemiddelde. De kans op een brood in het gebied tussen linkergrens 850 gram en rechtergrens ongelooflijk zwaar (dwz: E99) is 1%
Vul bij Y2 het percentage: 0,01



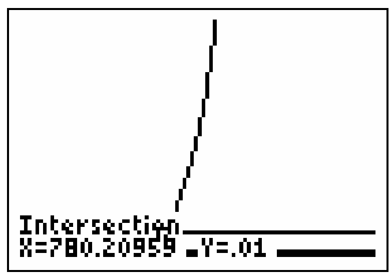
stap 2 window

Vul bij Xmin en Xmax het gewicht waartussen we zoeken, bijvoorbeeld tussen de 700 en 900 gram.
Vul bij Ymin en Ymax iets in zodat je die 0,01 goed ziet. Dus niet 0 en 1 maar bijvoorbeeld 0 en 0,1



stap 3 Calc Intersect

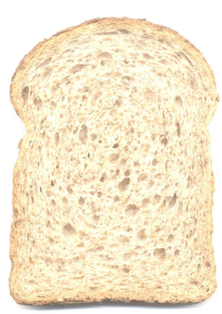
Nu doe je de bekende stappen enter, enter, enter (en je bent er).



Antwoord

Antwoord is dus dat de broodmachine ingesteld moet worden op een gemiddeld gewicht van 780 gram. Want dan is hoogstens 1% van de broden zwaarder dan 850 gram.

P(gewicht > 850 | $\overline{X}$ =780 en σ_X =30) = 0.01



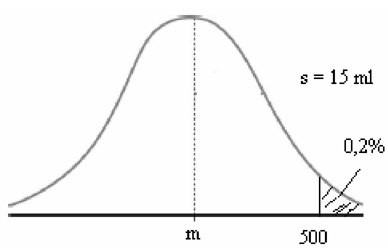
Opdracht 32

Een vulmachine vult kuipjes met appelstroop. De hoeveelheid appelstroop per kuipje is normaal verdeeld. Het gemiddelde kan in milliliters nauwkeurig worden ingesteld. De standaarddeviatie is 15 ml. De kuipjes kunnen maximaal 500 ml bevatten. Als de vulmachine meer dan 500 ml geeft stroomt het kuipje over. Daarom geldt de voorwaarde dat dit slechts in 0,2% van de gevallen mag gebeuren.

a Op welk gemiddelde kan de vulmachine maximaal worden ingesteld?

Nu doe je precies hetzelfde als bij de vorige opdracht.

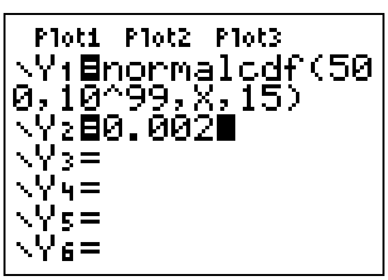
stap 0 Maak een schets



Volgens de vuistregels is het gebied rechts van het "gemiddelde plus twee keer de standaardafwijking" 2,5%. Dat betekent dat het gemiddelde kleiner moet zijn dan $500 - 2 \times 15 = 470$ ml.

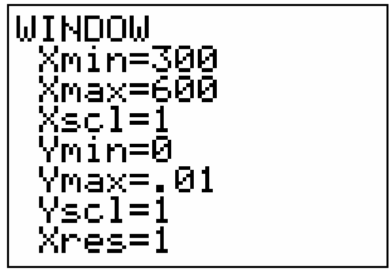
stap 1 $\boxed{\text{Y=}}$

Vul bij $\boxed{\text{Y1}}$ de formule in met een **X** voor het onbekende gemiddelde. De kans op een kuipje in het gebied tussen 500 ml en ongelooflijk vol kuipje (dwz: E99) is 0,2%
Vul bij $\boxed{\text{Y2}}$ het percentage: 0,002



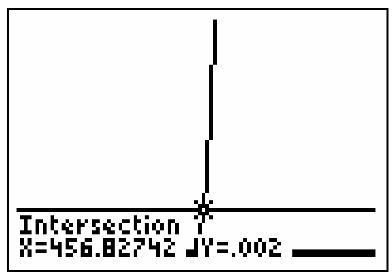
stap 2 $\boxed{\text{window}}$

Vul bij Xmin en Xmax het volume waartussen we zoeken, bijvoorbeeld tussen de 300 en 600 ml.
Vul bij Ymin en Ymax iets in zodat je die 0,002 goed ziet.



stap 3 $\boxed{\text{Calc}}$ $\boxed{\text{Intersect}}$

Nu doe je de bekende stappen $\boxed{\text{enter}}$, $\boxed{\text{enter}}$, $\boxed{\text{enter}}$ (en je bent er).



Naar beneden afgerond zijn dat 456 hele milliliters.

Antwoord

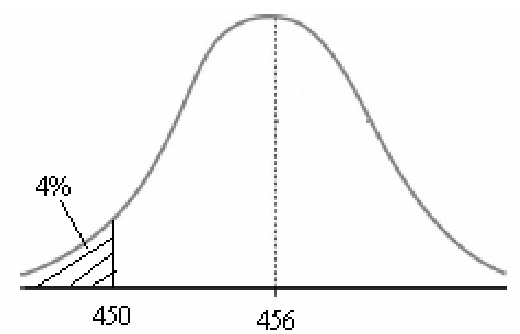
Antwoord is dus dat de vulmachine ingesteld moet worden op een gemiddeld volume van 456 ml. Want dan is hoogstens 0,2% van de kuipjes voller dan 500 ml.

P(volume > 500 | $\overline{X}$ =456 en σ_X =15) = 0.002

Opdracht 32 (vervolg)

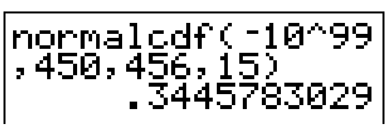
b Volgens een tweede voorwaarde mag hoogstens 4% van de kuipjes minder dan 450 ml bevatten. Omdat het niet lukt om zowel aan de eerste voorwaarde als aan de tweede voorwaarde te voldoen, moet door verbetering aan de machine de standaarddeviatie worden verkleind. Hoe groot mag de standaarddeviatie hoogstens zijn?

stap 0 Maak een schets



stap -1 Check

Eerst checken we of de vulmachine werkelijk niet voldoet.

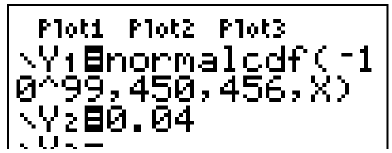


Bij een gemiddelde van 456 ml en een standaardafwijking van 15 ml is maar liefst 34% van de kuipjes minder dan 450 ml gevuld. Dat is veel meer dan hooguit 4%. Er moet inderdaad iets gebeuren. De standaardafwijking moet omlaag!

stap 1 $\boxed{\text{Y=}}$

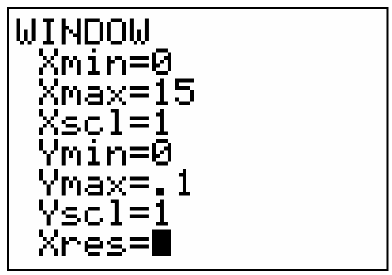
Vul bij $\boxed{\text{Y1}}$ de formule in met een **X** voor de onbekende standaardafwijking. De kans op een kuipje in het gebied tussen een ongelooflijk leeg kuipje (dwz: –E99) en een kuipje van 450 ml is 4%.
Vul bij $\boxed{\text{Y2}}$ het percentage: 0,04

Waarschuwing, de verleiding is groot om bij een leeg kuipje 0 ml in te vullen. Kijk zelf maar wat er gebeurt.



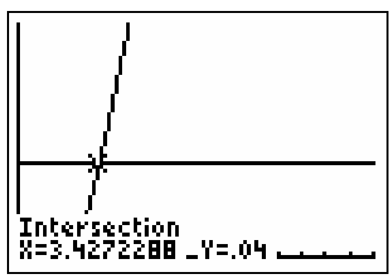
stap 2 $\boxed{\text{window}}$

Vul bij Xmin en Xmax de standaardafwijking waartussen we zoeken, bijvoorbeeld tussen de 0 (want de standaardafwijking is altijd groter dan nul) en 15 ml (want dat is teveel).
Vul bij Ymin en Ymax iets in zodat je het percentage 0,04 goed ziet.



stap 3 $\boxed{\text{Calc}}$ $\boxed{\text{Intersect}}$

Nu doe je de bekende stappen $\boxed{\text{enter}}$, $\boxed{\text{enter}}$, $\boxed{\text{enter}}$.



Antwoord

Antwoord is dus dat de vulmachine flink verbeterd moet worden want de standaardafwijking mag niet meer dan 3,4 ml zijn.

P(volume < 450 | $\overline{X}$ =456 en σ_X =3,4) = 0.04